Cercles - Exercices mélangés

A Exercices de détermination d'équations de cercles

Exercice 1 : Ecrivez l'équation cartésienne du cercle de centre $\Omega(3;2)$ si on sait que :

1) Le rayon est 4
2) Le cercle comprend (passe par) l'origine
3) Le cercle comprend $A(-2;-1)$
4) Le cercle est tangent à l'axe des x
5) Le cercle est tangent à la médiatrice du segment $[AB]$, avec $A(-2;1)$ et $B(1;-1)$

Exercice 2 : Trouvez le centre et le rayon de chacun des cercles suivants, s'ils existent.

1)	$x^2+y^2=25$	2)	$(x-1)^2+(y+2)^2=4$
3)	$x^2+(y-1)^2=9$	4)	$x^2+y^2+2x-24=0$
5)	$x^2+y^2-2x-2y-47=0$	6)	$x^2+y^2-2x+4y-20=0$
7)	$x^2+y^2+x-y+10=0$	8)	$x^2+y^2+3x-y=0$
9)	$x^2+y^2+3x-5y+9=0$	10)	$x^2+y^2-2x+7y+14=0$
11)	$4x^2+4y^2-4x+12y+9=0$	12)	$x^2+y^2-ax-by=0$

B Exercices divers sur les cercles

Exercice 3:

Déterminez l'équation cartésienne du cercle dont le centre est le milieu du segment [AB] , avec $A(-3;2)$; $B(1;-4)$, et qui passe par le point $C(2;7)$. Représentez graphiquement la situation.

Exercice 4:

Soit le triangle (ABC) donné dans un r.o.n. $(O,\vec{i};\vec{j})$ avec $A(-2;-3)$, $B(14;5)$ *et* $C(-4;11)$.

- Déterminez la longueur du côté [BC].
- Etablissez l'équation de la médiatrice de [AC].
- Déterminez l'équation cartésienne, ainsi que le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle (ABC).
- Représentez le cercle circonscrit à l'aide de Geogebra et collez la figure sur votre feuille.

Exercice 5:

Déterminez une équation de la droite (AB) sachant que A et B sont les points d'intersection des deux cercles donnés par leurs équations cartésiennes:

$$\mathbb{C}_1 \equiv x^2+y^2+4x+4y-17=0 \qquad \mathbb{C}_2 \equiv x^2+y^2-8x+10y+31=0$$

Démontrez que la droite reliant les deux centres est perpendiculaire à la droite (AB).

Exercice 6:

Déterminez l'équation du lieu de tous les points M(x;y) qui se déplacent de sorte à ce que les distances aux points $A(8;0)$ et $B(2;0)$ soient dans un rapport constant égal à 2. Déterminez les caractéristiques du lieu et tracez ce lieu.

Exercice 7:

Déterminez la distance minimale entre la droite d d'équation $d \equiv 3x-2y+12=0$ et le cercle $\mathbb{C}$ d'équation $\mathbb{C} \equiv x^2+y^2=9$. Contrôlez graphiquement.

Exercice 8:

Déterminez l'équation du cercle $\mathbb{C}$ passant par les intersections des deux lignes données par les équations suivantes: $\begin{cases} (1) & x^2+y^2-4x+2y=0 \quad et \\ (2) & x^2+y^2-2y-4=0 \end{cases}$ et dont le centre se situe sur la droite d d'équation: $d \equiv 2x+4y-1=0$. Représentez graphiquement toute la situation.

Exercice 9: Soient les deux cercles ($\mathbb{C}_1$) et ($\mathbb{C}_2$) donnés par leurs équations cartésiennes:

$$\mathbb{C}_1 \equiv x^2+y^2-32x+2y+132=0 \qquad \mathbb{C}_2 \equiv x^2+y^2-4x-2y-20=0$$

- Déterminez pour chacun des deux cercles le centre et le rayon.
- Déterminez les coordonnées des points d'intersection I_1 et I_2 des deux cercles
- Représentez graphiquement toute la situation.

Exercice 10: Soit l'équation ($\mathbb{C}$) donnée par: $\mathbb{C} \equiv x^2+y^2+28x-8y-413=0$

- Démontrez que ($\mathbb{C}$) est l'équation d'un cercle dont il s'agit de déterminer le centre et le rayon.
- Déterminez les coordonnées des points d'intersection I_1 et I_2 du cercle $\mathbb{C}$ avec la droite d d'équation: $d \equiv 31x+17y-259=0$.
- Déterminez les coordonnées du point d'intersection P des tangentes au cercle aux points I_1 et I_2.
- Représentez graphiquement toute la situation.

Exercice 11: Soit le cercle ($\mathbb{C}$) de centre $\Omega(6;4)$ et de rayon $r = 10cm$.

- Déterminez une équation cartésienne de ($\mathbb{C}$).
- Déterminez les coordonnées des points d'intersection I_1 et I_2 du cercle $\mathbb{C}$ avec la droite d d'équation: $d \equiv x - 7y + 58 = 0$.
- Déterminez les coordonnées du point d'intersection P des tangentes au cercle aux points I_1 et I_2.
- Représentez graphiquement toute la situation.

Exercice 12: Soit le cercle ($\mathbb{C}$) de centre $\Omega(-10;3)$ et de rayon $r = 13cm$.

- Déterminez une équation cartésienne de ($\mathbb{C}$).
- Construisez géométriquement les tangentes au cercle $\mathbb{C}$ issues du point $P(7;-4)$. [**EM2 -** exercice 446]
- Déterminez les équations des tangentes au cercle $\mathbb{C}$ issues du point $P(7;-4)$

Exercice 13: Soit l'équation ($\mathbb{C}$) donnée par: $\mathbb{C} \equiv x^2 + y^2 + 2x - 2y - 23 = 0$.

- Démontrez que ($\mathbb{C}$) est l'équation d'un cercle dont il s'agit de déterminer le centre et le rayon.
- Construisez géométriquement les tangentes au cercle $\mathbb{C}$ issues du point $P(-2;8)$.
- Déterminez par le calcul les équations des tangentes au cercle $\mathbb{C}$ issues du point $P(-2;8)$.

Exercice 14:

Déterminez la distance entre les points d'intersection de la droite d d'équation $d \equiv 3x - 2y + 6 = 0$ et le cercle $\mathbb{C}$ d'équation $\mathbb{C} \equiv (x+1)^2 + (y-1)^2 = 5$. Contrôlez graphiquement.

C Les familles de cercles

Exercice 15: Dans un r.o.n. $(O,\vec{i};\vec{j})$, on considère la famille $(\mathbb{C}_m)$ de courbes $\mathbb{C}_m$ dont une équation est: $x^2+y^2-(m+2)\cdot x-(m+6)\cdot y+4m+10=0$, *m* étant un paramètre réel.

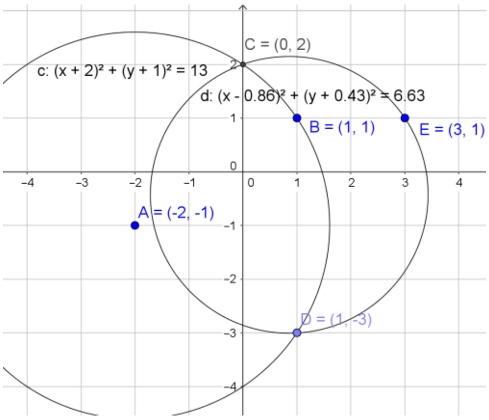
- Construisez et caractériser $\mathbb{C}_{-4}$; $\mathbb{C}_{-2}$;$\mathbb{C}_0$; $\mathbb{C}_2$; $\mathbb{C}_4$.
- Démontrez que, quel que soit le réel *m*, $\mathbb{C}_m$ passe par un point fixe I, dont on déterminera les coordonnées.
- Déterminez la condition sur *m* pour que $\mathbb{C}_m$ soit l'équation d'un cercle. Déduisez-en les coordonnées des centres Ω_m de ces cercles .
- Montrez que l'ensemble des centres des cercles $\mathbb{C}_m$ est une droite *d*.
- Montrez que tous les cercles $\mathbb{C}_m$ ont la même tangente en A. Déterminez une équation cartésienne de cette droite.

Exercice 16: Dans un r.o.n. $(O,\vec{i};\vec{j})$, on considère la famille $(\mathbb{C}_m)$ de courbes $\mathbb{C}_m$ dont une équation est: $x^2+y^2+m\cdot x+(2m+2)\cdot y+2m+1=0$, *m* étant un paramètre réel.

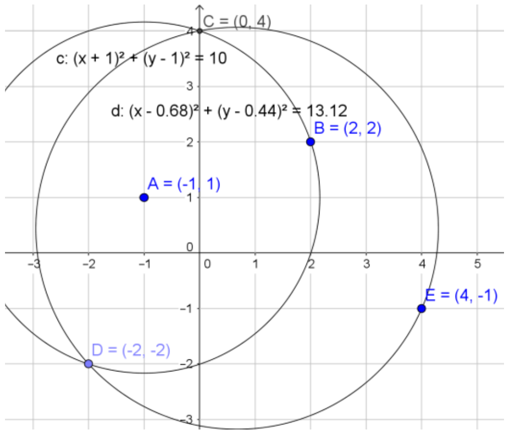
- Construisez et caractérisez $\mathbb{C}_{-4}$; $\mathbb{C}_{-2}$;$\mathbb{C}_0$; $\mathbb{C}_2$; $\mathbb{C}_4$.
- Démontrez que, quel que soit le réel *m*, $\mathbb{C}_m$ passe par un point fixe I, dont on déterminera les coordonnées.
- Déterminez la condition sur *m* pour que $\mathbb{C}_m$ soit l'équation d'un cercle. Déduisez-en les coordonnées des centres Ω_m de ces cercles .
- Montrez que l'ensemble des centres des cercles $\mathbb{C}_m$ est une droite *d*.
- Montrez que tous les cercles $\mathbb{C}_m$ ont la même tangente en A. Déterminez une équation cartésienne de cette droite.

Aides aux résolutions

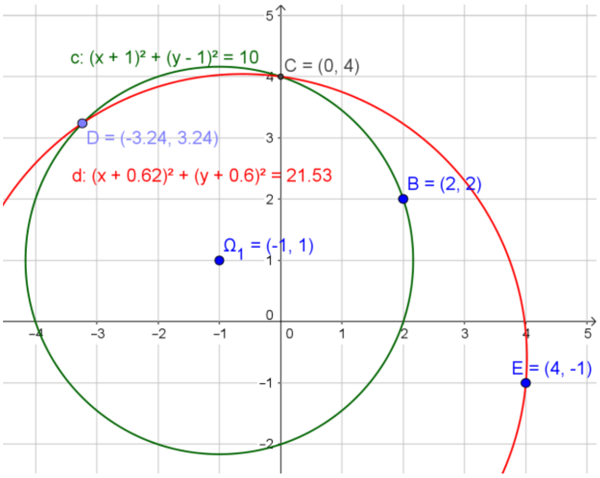
Intersections de deux cercles - 01



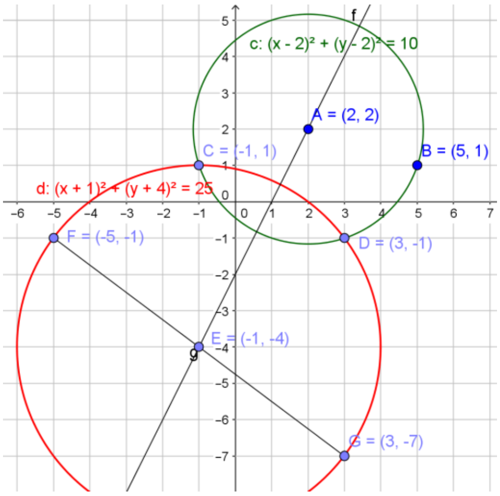
Intersections de deux cercles - 02



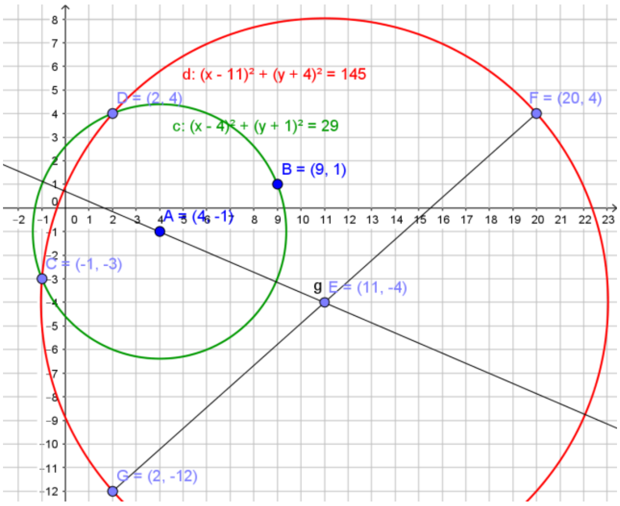
Intersections de deux cercles - 03



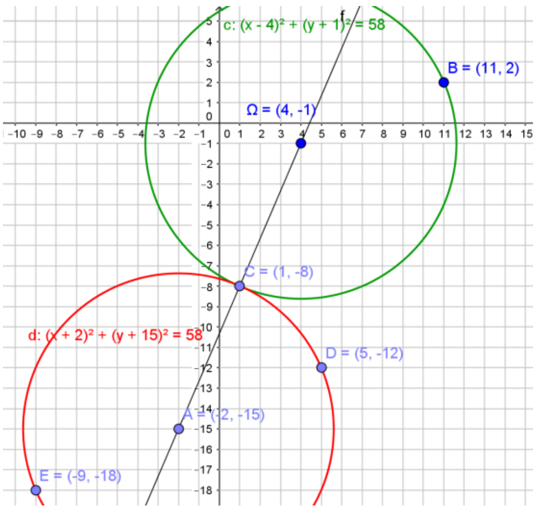
Intersections de deux cercles - 04



Intersections de deux cercles - 05



Intersections de deux cercles - 06



Intersections de deux cercles - 07